

SIMPLIFICATION DES EQUATIONS BOOLEENNES CORRECTION DE LA LEÇON 07

Tableaux à 8 cases (*)

a/ extraire l'équation du tableau ci dessous

XY •				
Z •	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	0	0	1

XY •				
Z •	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	0	0	1

nous obtenons un regroupement de 4 cases et un autre de 2 cases le premier permet d'éliminer deux variables, il s'écrira donc à l'aide d'une seule variable, le second élimine une seule variable , il s'écrit avec deux variables:

Équation du regroupement de 4 cases (colonnes 00 et 10) X et Z s'élimine reste \overline{Y}

Équation du regroupement de 2 cases (colonnes 11 et 10 ligne 0) Y s'élimine reste $X \cdot \overline{Z}$

L'équation résultante est un OU entre les regroupements

$$S = \overline{Y} + X \cdot \overline{Z}$$

b/ extraire l'équation du tableau ci dessous

XY •				
Z •	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	1	1	0

XY •				
Z •	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	1	1	0

Nous obtenons 2 regroupements de 2 cases, la colonne 11 et les cases colonnes 01 et 11 ligne 1 et une case seule, colonne 00 ligne 0

L'équation de la case seule est $\overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$

L'équation des deux cases en colonne est $X \cdot Y$

Les deux autres cases $Y \cdot Z$

L'équation du tableau réunit ces trois termes avec un OU

$$S = (Y \cdot Z) + (X \cdot Y) + (\overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z})$$

Tableaux à 16 cases

a/ Extraire l'équation du tableau ci dessous

XY • ZT •	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	1	0
11	1	1	0	0
10	0	1	1	1

a/ Extraire l'équation du tableau ci dessous

XY • ZT •	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	1	0
11	1	1	0	0
10	0	1	1	1

Nous obtenons 5 regroupements de deux cases:

- Les deux regroupements des colonnes 00 et 01 lignes 00 et 11. Ces deux regroupements n'ayant pas d'axe de symétrie **ne peuvent** en constituer un de 4 cases toutefois ils auront des éléments communs.

- Il en est de même pour les 2 regroupements des colonnes 01 et 11 lignes 01 et 10.

- Les deux cases de la colonne 10 lignes 00 et 10 sont symétriques et peuvent se regrouper.

Équations des deux premiers regroupements

$$\overline{X} \cdot \overline{Z} \cdot \overline{T}$$

$$\overline{X} \cdot Z \cdot T$$

Ce qui peut prendre la forme:

$$\overline{X} \cdot (\overline{Z} \cdot \overline{T} + Z \cdot T) = \overline{X} \cdot (\overline{Z} \cdot \overline{T})$$

Équations des deux regroupements suivants:

$$Y \cdot \overline{Z} \cdot T$$

$$Y \cdot Z \cdot \overline{T}$$

Ce qui peut prendre la forme:

$$Y \cdot (\overline{Z} \cdot T + Z \cdot \overline{T}) = Y \cdot (Z \cdot T)$$

Les deux cases de la dernière colonne ont pour équation:

$$X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{T}$$

d'où l'équation générale:

$$S = \overline{X} \cdot (\overline{Z \cdot T}) + Y \cdot (Z \cdot T) + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{T}$$

Il est intéressant de faire apparaître le dilemme et son complément la matérialisation à l'aide de portes logiques s'en trouvera facilitée.

b/ Extraire l'équation du tableau ci dessous

XY • ZT •	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	0	0	1

XY • ZT •	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	0	0	1

Le problème est particulièrement simple puisque nous obtenons deux regroupements de 8 cases, les colonnes 00 et 10, les deux lignes 01 et 11. Les équations ne comporteront donc qu'une seule variable pour chacun d'eux

$$S = \overline{Y} + T$$

a/ Extraire l'équation du tableau ci dessous

XYZ • TU •	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	0	0	1	1	0	0	1
01	0	0	0	1	1	1	1	0
11	0	0	0	1	1	1	1	0
10	1	0	0	1	1	0	0	1

XYZ • TU •	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	0	0	1	1	0	0	1
01	0	0	0	1	1	1	1	0
11	0	0	0	1	1	1	1	0
10	1	0	0	1	1	0	0	1

Il est tentant de regrouper les 8 cases des colonnes 010,110,111,101, et lignes 01 et 11 mais il n'y a pas d'axe de symétrie vertical entre les colonnes 110 et 111 il n'est donc pas possible de regrouper ces 8 cases.

Il est par contre possible de regrouper les 8 cases des colonnes 010 et 110 (équation $Y \cdot \overline{Z}$) ainsi que les 8 cases constituées de la façon suivante:

Les 2 cases de la ligne 00 colonnes 000 et 010 sont symétriques par rapport à l'axe 1, elles peuvent donc se regrouper mais elles ont 2 cases qui leur sont symétriques par rapport à l'axe horizontal dans la ligne 10, ces 4 cases peuvent donc se regrouper mais ces 4 cases ont leurs symétriques par rapport à l'axe vertical 2 colonnes 110 et 100 cela constitue le second groupe de 8 cases. L'équation de ces 8 cases est $\overline{Z} \cdot \overline{U}$

Nous achèverons avec les 4 cases des colonnes 111 et 101 lignes 01 et 11 dont l'équation est $X \cdot Z \cdot U$

D'où l'équation générale:

$$S = (Y \cdot \overline{Z}) + (\overline{Z} \cdot \overline{U}) + (X \cdot Z \cdot U)$$

b/ Extraire l'équation du tableau ci dessous

XYZ • TU •	000	001	1 011	010	2 110	111	3 101	100
00	1	0	0	1	1	0	0	1
01	1	0	0	1	1	0	0	1
11	0	1	1	0	0	1	1	1
10	0	1	1	0	0	1	1	1

b/ Extraire l'équation du tableau ci dessous

XYZ • TU •	000	001	1 011	010	2 110	111	3 101	100
00	1	0	0	1	1	0	0	1
01	1	0	0	1	1	0	0	1
11	0	1	1	0	0	1	1	1
10	0	1	1	0	0	1	1	1

Volontairement nous n'avons pas encadré d'un double trait les deux cases de la colonne 100 lignes 11 et 10 ceci afin de mettre en évidence une structure de OU exclusif par groupes de 4 cases en effet les 8 cases des lignes 00 et 01 ont pour équation $\overline{Z} \cdot \overline{T}$ et les 8 cases des lignes 11 et 10 $Z \cdot T$ l'ensemble donne:

$$\overline{Z} \cdot \overline{T} + Z \cdot T = \overline{Z \oplus T}$$

Il faudra ajouter à cette équation celle des deux cases qui peuvent se regrouper pour constituer la colonne 100 ou pour faire un carré avec leurs voisins de gauche nous prendrons la première solution soit $X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$

D'où l'équation générale:

$$S = (\overline{Z \oplus T}) + (X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z})$$