NUMERATION BINAIRE
Leçon 1

Nous avons, depuis notre enfance, utilisé un système de numération à base dix. Nous avons appris les chiffres qui, juxtaposés, nous permettent d'écrire tous les nombres dont nous pouvons avoir besoin. C'est un système pratique, nous savons que notre nombre est alors constitué d'unités, dizaines, centaines etc. Cependant le système décimal n'est pas idéal dans les machines. Il faut en effet pour représenter un élément d'information que nous nommerons un **DIGIT**, posséder un appareil pouvant se positionner dans dix états différents. En électricité ceci est encore relativement aisé (0 □0volt, 1 □1volt etc.) mais pour d'autres technologies, le problème devient difficile à résoudre.

Un système de numération utilisant la base 2 s'adapte à toutes les technologies. En effet nous ne disposons plus alors que de 2 caractères pour écrire les nombres dont nous avons besoin, 0 et 1. Tout système pouvant se présenter dans deux états distincts pourra être adapté aux techniques binaires.

EXEMPLES :

-- Électricité :	absence de tension	=	0	présence de tension	=	1
-- Pneumatique :	pression atmosphérique	=	0	surpression	=	1
-- Optique :	absence d'éclairement	=	0	éclairement	=	1
-- Magnétisme :	aimantation Nord Sud	=	0	Sud Nord	=	1

I -- 1 - Structure d'un nombre binaire

En base 10 les chiffres qui composent un nombre ont des poids qui dépendent de leur place à l'intérieur du nombre, 1 (10^0) pour le chiffre le plus à droite, 10 (10^1) pour le suivant, puis 100 (10^2) , 1000 (10^3) etc. Il en est de même pour les chiffres qui composent un nombre binaire. Les poids vont de puissance de deux en puissance de deux 1 (2^0), 2 (2^1), 4 (2^2).

Un nombre binaire est composé de **Digits Binaires**, en anglais : **Binary Digit,** mais cette expression est beaucoup trop longue pour les Américains habitués à plus de concision qui l'ont contractée en **BIT.**

- Le bit le plus à droite dans le nombre est le bit de poids le plus faible (2^0) ou **Least Significant Bit - LSB -**
- Le bit le plus à gauche dans le nombre est le bit de poids le plus fort (2^{n-1} avec n = nombre de bits dans le nombre) ou **Most Significant Bit - MSB -**

I -- 2 - Puissances de deux

2^0	=	1	2^9	=	512	
2^1	=	2	2^{10}	=	1024	(1 kilo)
2^2	=	4	2^{11}	=	2048	
2^3	=	8	2^{12}	=	4096	
2^4	=	16	2^{13}	=	8192	
2^5	=	32	2^{14}	=	16384	
2^6	=	64	2^{15}	=	32768	
2^7	=	128	2^{16}	=	65536	
2^8	=	256	2^{17}	=	131072	

Conversion d'un nombre binaire en un nombre décimal

Soit le nombre binaire :
1101 1001

nous pouvons écrire ce nombre sous la forme :
$1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0$

remplaçons maintenant les puissances de deux par leur valeur, nous obtenons :
1*128 + 1*64 + 0*32 + 1*16 + 1*8 + 0*4 + 0*2 + 1*1

soit :
128 + 64 + 16 + 8 + 1 = 217

d'où :
$1101\ 1001_{(2)} = 217_{(10)}$

Conversion d'un nombre décimal en nombre binaire
Soit le nombre 121 en base dix, donner son équivalent en base deux

Méthode des puissances de deux.

- 64 étant la plus grande puissance de deux contenue dans 121, nous pouvons écrire :
$121 = 64 + 57 = 1*2^6 + 57$

- 32 étant la plus grande puissance de deux contenue dans 57, nous pouvons écrire :
$57 = 32 + 25 = 1*2^5 + 25$

d'où
$121 = 1*2^6 + 1*2^5 + 25$

nous voyons le nombre binaire apparaître petit à petit. En fait nous opérerons de la façon suivante :

	121			
-	64	→	$1*2^6$	→ MSB
	57			
-	32	→	$1*2^5$	
	25			
-	16	→	$1*2^4$	
	9			
-	8	→	$1*2^3$	
	1			
-	1	→	$1*2^0$	fi LSB
	0			

D'où le nombre binaire :

$1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 1111001_{(2)}$

Méthode des divisions successives par deux

Principe :

121 : 2 = 60 reste 1 soit $121 = 60*2^1 + 1*2^0$ Equation 1

et

60 : 2 = 30 reste 0 soit $60 = 30*2^1 + 0*2^0$ Equation 2

dans l'équation 1 remplaçons 60 par l'équation 2 :

$$121 = [(30 * 2^1 + 0 * 2^0) * 2^1] + 1 * 2^0$$

développons

$$121 = (30 * 2^2) + (0 * 2^1) + (1 * 2^0)$$

or

$$30 = (15 * 2) + 0 = (15 * 2^1) + (1 * 2^0)$$

d'où

$$121 = ((15 * 2^1 + 0 * 2^0) * 2^2) + (0 * 2^1) + (1 * 2^0)$$

$$121 = (15 * 2^3) + (0 * 2^2) + (0 * 2^1) + (1 * 2^0)$$

or

15 = ... etc

plus rapidement nous ferons :

121	:	2	=	60	reste	1	=	LSB
60	:	2	=	30	reste	0		
30	:	2	=	15	reste	0		
15	:	2	=	07	reste	1		
7	:	2	=	03	reste	1		
3	:	2	=	01	reste	1		
1	:	2	=	00	reste	1	=	MSB

d'où

$121_{(10)} = 1111001_{(2)}$

Exercices :

conversion de nombres décimaux en binaire (*)

a/ Quelle est la plus grande puissance de deux contenue dans les nombres suivants en déduire le nombre de bits que contiendra leur équivalent binaire:

758, 1023, 28542, 65786

b/ Convertir en binaire les nombres décimaux suivants:

254, 256, 1990, 45789

Conversion de nombres binaires en nombres décimaux (*)

Convertir en décimal les nombres binaires suivants:

11001100, 01010101, 11101111, 10001000, 1100000011000000