

INTRODUCTION DE DONNEES DANS UNE MACHINE

Les machines ne fonctionnent que dans le système binaire, aussi l'introduction de données posent un problème considérable.

L'introduction sous forme de nombres binaires est possible, mais c'est une méthode lente et peu commode. Cette technique en général consiste à entrer les nombres à l'aide de 8 ou 16 commutateurs disposés sur la face avant de l'appareil. L'opérateur affiche son nombre binaire à l'aide de ces commutateurs puis valide celui-ci en pressant un bouton poussoir. Le nombre ainsi validé est alors enregistré par la machine.

Introduction de données décimales et codage DCBN

Une technique plus souple permet d'introduire les données directement dans le système décimal.

On dispose alors, sur la face avant de la machine, d'un clavier comportant les dix touches décimales (0 à 9) ainsi qu'une touche de validation. Ce clavier est relié à un circuit ou un ensemble de circuits nommés "codeur de clavier". Ce circuit a pour fonction de fournir l'équivalent binaire (4 bits) de la valeur indiquée sur la touche et de ranger cette valeur à droite de la précédente, si le clavier a déjà été sollicité.

Exemple:

Le nombre 539 sera codé de la façon suivante:

5	3	9
0 1 0 1	0 0 1 1	1 0 0 1

Cette méthode, agréable pour l'utilisateur, permet à la machine de coder au fur et à mesure les digits qui sont présentés, elle n'a pas besoin de connaître au préalable la taille des nombres. La frappe d'une touche autre que numérique indiquant que le nombre est terminé.

Nous pouvons en déduire le **Code DCBN** (Décimal Codé Binaire Naturel).

Décimal	Binaire
0 →	0 0 0 0
1 →	0 0 0 1
2 →	0 0 1 0
3 →	0 0 1 1
4 →	0 1 0 0
5 →	0 1 0 1
6 →	0 1 1 0
7 →	0 1 1 1
8 →	1 0 0 0
9 →	1 0 0 1

Problèmes posés par le codage DCBN

Sachant que les machines ne connaissent que le binaire pur, que nous appellerons **Binaire Naturel**, voyons les problèmes que pose l'utilisation du codage DCBN.

Effectuons l'Addition suivante $12 + 24 = 36$:

En base 10	En DCBN
$\begin{array}{r} 12 \\ + 24 \\ \hline 36 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0001 \quad 0010 \\ + 0010 \quad 0100 \\ \hline 0011 \quad 0110 \end{array}$
	<div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> 3 6 </div>

Nous voyons que le résultat de cette opération effectuée dans le système DCBN est correct

Effectuons maintenant cette autre Addition $19 + 28 = 47$:

En base 10	En DCBN
$\begin{array}{r} 19 \\ + 28 \\ \hline 47 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0001 \quad 1001 \\ + 0010 \quad 1000 \\ \hline 0100 \quad 0001 \\ 4 1 \end{array}$

Le résultat est ici entaché d'une erreur, le total est inférieur de 6 unités au résultat correct.

Effectuons à nouveau une autre Addition $16 + 25 = 41$

:

En base 10	En DCBN
$\begin{array}{r} 16 \\ + 25 \\ \hline 41 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0001 \quad 0110 \\ + 0010 \quad 0101 \\ \hline 0011 \quad 1011 \\ 3 11 \end{array}$

Dans la seconde opération il manque 6 unités, dans la troisième le résultat est farfêlu.

Nos problèmes trouvent leur origine dans le fait que la machine travaille toujours en binaire naturel et que l'addition de deux bits de poids 8 génère un 0 pour les poids 8 et un 1 pour les poids 16 or en DCBN la colonne de poids 16 n'existe pas, elle est remplacée par une colonne de poids 10.

Ceci explique que lorsqu'on réalise une addition de nombres DCBN à l'aide d'un circuit classique l'addition de deux bits de poids 8 génère un report dans la colonne de poids 10 ce qui déprécie le résultat de 6.

De même l'addition binaire génère un report lorsque le résultat égale ou dépasse 16 alors que l'addition DCBN doit fournir un report lorsque le résultat atteint 10. Il faut donc dans ce dernier cas que l'addition de deux nombres dont la somme est 10 se comporte comme si elle avait atteint 16.

Solution:

Dans une addition DCBN lorsque la somme de deux nombres de 4 bits atteint ou dépasse 10 il faut ajouter 6 au résultat. Il en est de même lorsqu'un report est généré. Lorsque les nombres comportent plusieurs groupes de 4 bits, il faudra contrôler chacune des décades composant le nombre et effectuer les corrections décade par décade.

Exemple:

Dans le dernier exemple ajoutons "6" aux 4 bits de poids faible dont l'addition donnait 11

$\begin{array}{r} 16 \\ + 25 \\ + \\ \hline 41 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0001 \quad 0110 \\ + 0010 \quad 0101 \\ + 0000 \quad 0110 \\ \hline 0100 \quad 0001 \end{array}$
--	--

Le résultat est alors correct.

Nous laissons le soin au lecteur de vérifier que, dans le cas de la soustraction, si le résultat de la soustraction sur une décade génère une retenue, il faut, pour corriger ce résultat, soustraire 6 (0110)

Les problèmes liés à l'utilisation du codage DCBN viennent de ce que les combinaisons binaires naturelles de 1010_2 (10_{10}) à 1111_2 (15_{10}) sont inexistantes puisque seules les dix premières combinaisons sur les 16 possibles sont utilisées. Il serait plus judicieux d'employer un système dont la base utiliserait toutes les combinaisons du codage binaire naturel soit à trois bits, ce serait alors un système Octal (base de $0_{10} \rightarrow 000_2$ à $7_{10} \rightarrow 111_2$) soit à 4 bits, ce serait un système Hexadécimal.

Le système Octal n'est pratiquement plus employé, nous ne l'étudierons donc pas, par contre nous nous arrêterons sur le système Hexadécimal.

Introduction de données Hexadécimales et codage binaire naturel

Le système numérique Hexadécimal est un système à base 16. Il est donc nécessaire de posséder 16 caractères différents pour différencier les 16 "chiffres" de la base, les nombres étant une juxtaposition des caractères. Le système décimal nous fournit les dix premiers, les six suivants seront les six premières lettres de l'alphabet.

DECIMAL	HEXADECIMAL	BINAIRE
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111
16	10	0001 0000
17	11	0001 0001
18	12	0001 0010
31	1F	0001 1111
32	20	0010 0000
255	FF	1111 1111
256	100	0001 0000 0000
257	101	0001 0000 0001

Les puissances de 16

$$16^0 = (2^4)^0 = 2^0 = 1_{10}$$

$$16^1 = (2^4)^1 = 2^4 = 16_{10}$$

$$16^2 = (2^4)^2 = 2^8 = 256_{10}$$

$$16^3 = (2^4)^3 = 2^{12} = 4096_{10}$$

$$16^4 = (2^4)^4 = 2^{16} = 65536_{10}$$

A noter que les puissances de 16 sont aussi des puissances de 2 et se terminent toutes par 6 (excepté 2^0).

Codage d'un nombre Décimal en Hexadécimal

Nous avons vu les méthodes permettant de passer du décimal au binaire, méthodes des puissances de deux ou divisions successives par deux, nous pourrions les transposer en base 16.

Méthode des puissances de 16

Soit à convertir le nombre décimal 15542 en Hexadécimal

$$\begin{array}{rcll}
 15\,542 & = & (4096 * 03) + 3254 & \rightarrow 3 \text{ digit de poids fort} \\
 3254 & = & (256 * 12) + 182 & \rightarrow C \\
 182 & = & (16 * 11) + 6 & \rightarrow B \\
 6 & = & (1 * 6) + 0 & \rightarrow 6 \text{ Digit de poids faible}
 \end{array}$$

D'où : $15\,542_{10} = 3CB6_{16}$

Méthode des divisions successives par 16

$$\begin{array}{rcll}
 15\,542 & : & 16 & = 971 \text{ reste } 6 \rightarrow 6 \rightarrow \text{Digit de poids faible} \\
 971 & : & 16 & = 60 \text{ reste } 11 \rightarrow B \\
 60 & : & 16 & = 3 \text{ reste } 12 \rightarrow C \\
 3 & : & 16 & = 0 \text{ reste } 3 \rightarrow 3 \rightarrow \text{Digit de poids fort}
 \end{array}$$

D'où : $15\,542_{10} = 3CB6_{16}$

Passage de l'Hexadécimal au Binaire naturel et vice-versa**Passage de l'Hexadécimal au Binaire naturel**

Le passage de l'Hexadécimal au binaire naturel se fait très facilement, il suffit d'utiliser la même technique que pour le passage du décimal au DCBN c'est à dire qu'il suffit de coder chaque terme Hexadécimal à l'aide des 4 bits. Contrairement au DCBN, du fait que la base de l'hexadécimal utilise la totalité des combinaisons du code binaire 4 bits le résultat obtenu est en Binaire Naturel.

Exemple:

Coder en base 2 le nombre hexadécimal 3CB6

$$\begin{array}{cccc}
 3 & C & B & 6 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 0011 & 1100 & 1011 & 0110
 \end{array}$$

D'où 3CB6 en hexadécimal = 0011 1100 1011 0110 en binaire naturel

Passage du Binaire naturel à l'Hexadécimal

Nous appliquerons la méthode inverse de la précédente, c'est à dire que nous séparerons le nombre binaire en paquets de 4 bits de la droite vers la gauche puis à chacun des paquets nous donnerons l'équivalent hexadécimal.

Exemple:

Coder en base 16 le nombre binaire 11100111010100

Séparons en paquet de 4 bits de droite à gauche : 11 1001 1101 0100

recherchons les équivalents

$$\begin{array}{cccc}
 0011 & 1001 & 1101 & 0100 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 3 & 9 & D & 4
 \end{array}$$

D'où le nombre binaire : 11100111010100 = au nombre hexadécimal 39D4

*Il résulte de la simplicité de passage du binaire à l'hexadécimal et de l'hexadécimal au binaire que ce système de numération est devenu **une autre façon de prononcer le binaire**. Par abus de langage on dira d'une machine qu'elle travaille en hexadécimal alors que tout son fonctionnement est en binaire, seul l'interfaçage homme machine se faisant en hexadécimal*

Opérations arithmétiques en hexadécimal

Il est nécessaire de savoir exécuter des opérations arithmétiques directement en hexadécimal et notamment de savoir additionner et soustraire. Ce cours étant principalement une préparation à l'emploi des microprocesseurs le lecteur pourra se rendre compte à ce moment de sa formation l'importance que revêt l'hexadécimal et principalement pour l'adressage combien il est important de savoir additionner et soustraire dans ce système de numération.

Addition

Le processus d'addition est évidemment identique dans tous systèmes de numération. Lorsque la somme de deux chiffres dépasse la base, on soustrait celle-ci au résultat ce qui crée un report ainsi la somme de F+ E = 1D, on pourra se tenir le raisonnement suivant:

$$15 + 14 = 29 \text{ or } 29 = 16+13 = 1.16^1 + 13 \text{ soit } 1D$$

Exemple : Effectuer $18C6FD_{16} + 9A8153_{16} =$

$$\begin{array}{r} \text{Reports} \rightarrow 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ 1 \quad 8 \quad C \quad 6 \quad F \quad D \\ + 9 \quad A \quad 8 \quad 1 \quad 5 \quad 3 \\ \hline B \quad 3 \quad 4 \quad 8 \quad 5 \quad 0 \end{array}$$

Soustraction

Dans le mécanisme de la soustraction lorsque le chiffre à soustraire est plus grand que le chiffre auquel il est soustrait il faudra prendre une unité dans la colonne suivante qui devient 16 dans la colonne précédente

Exemples: Effectuer $C4_{16} - AC_{16}$

$$\begin{array}{r} C \quad 4 \\ - A \quad C \\ \text{Retenue} \rightarrow 1 \\ \hline 1 \quad 8 \end{array}$$

Dans l'opération ci-dessus on se tiendra le raisonnement suivant:

C (12) ôté de 4,

je dis: $16+4=20$ moins 12 il reste 8 et je retiens 1 puis $1+A=B$ (11) ôté de C (12) il reste 1 d'où le résultat 18

Effectuer $5F4B1_{16} - 1FCA8_{16}$

$$\begin{array}{r} 5 \quad F \quad 4 \quad B \quad 1 \\ - 1 \quad F \quad C \quad A \quad 8 \\ \text{Retenues} \rightarrow 1 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 3 \quad F \quad 8 \quad 0 \quad 9 \end{array}$$

Exercices

Codage DCBN

a/ Exprimer en DCBN les nombres décimaux suivants:

12, 108, 1990, 21712

b/ Exprimer en décimal les nombres DCBN suivants:

0101 0011, 0111 1001, 0011 1000 0111,

c/ Parmi les nombres DCBN suivants l'un est entaché d'une erreur lequel?

0110 0000, 1010 0111, 0001 0000 1001

Opérations en DCBN

a/ Additionner les nombres DCBN ci-dessous et effectuer les corrections nécessaires:

$$\begin{array}{r}
 0101 \quad 0101 \quad 0110 \quad 0111 \quad 0100 \quad 1001 \\
 + 0011 \quad 0100 \quad + 0011 \quad 1001 \quad + 0101 \quad 0100 \\
 \hline
 \end{array}$$

b/ Soustraire les nombres DCBN ci-dessous et effectuer les corrections nécessaires:

$$\begin{array}{r}
 0101 \quad 0101 \quad 0110 \quad 0111 \quad 0111 \quad 1001 \\
 - 0011 \quad 0100 \quad - 0011 \quad 1001 \quad - 0101 \quad 0100 \\
 \hline
 \end{array}$$

Système de numération hexadécimal

a/ Exprimer en hexadécimal les nombres décimaux suivants:

112, 255, 256, 1024, 1990, 57897

b/ Exprimer en hexadécimal les nombres binaires suivants:

0110101101001010, 001110100001111, 0111101010111111100111

c/ Exprimer en décimal les nombres hexadécimaux suivants:

2BC, F12, CAFE, BAFE

d/ Exprimer en binaire les nombres hexadécimaux suivants:

2BC, F12, CAFE, BAFE

Opérations arithmétiques en hexadécimal

a/ Effectuer les Additions en hexadécimal ci-dessous:

$$\begin{array}{r}
 12A \quad 2EA85 \quad 4DEF5 \\
 + 482 \quad + 70497 \quad + 9B115 \\
 \hline
 \end{array}$$

b/ Effectuer les Soustractions en hexadécimal ci-dessous:

$$\begin{array}{r}
 E2A \quad 2EA85 \quad FDEF5 \\
 - 482 \quad - 10497 \quad - 9FF15 \\
 \hline
 \end{array}$$